Arbeitsblatt zu Logarithmen

Klasse 9a des GGD

6. Januar 2010

1 Hinweise

- Es ist hilfreich alle wichtigen Formeln aus dem Skript auf ein extra Blatt zu übertragen, um so eine „Formelsammlung“ zu erstellen. Dann sind die Rechenregeln schneller zur Hand und müssen nicht nachgeschlagen werden.
- Wenn du bei einer Rechenaufgabe nicht auf das richtige Ergebnis kommst und auch deinen Fehler nicht findest, so bitte eine Mitschülerin / einen Mitschüler deine Rechnung zu prüfen.
- Aufgaben zum grübeln sind mit ✎ gekennzeichnet. Hier hilft es das Skript genau zu lesen und die Hinweise zu beachten.

2 Definition des Logarithmus

Aufgabe 2.1:

Welchen Wert hat der Term $\log_{10}(5)$? Löse die Aufgabe mit dem Taschenrechner* und schreibe in eigenen Worten welche Bedeutung das Ergebnis hat.

Aufgabe 2.2:

Im Buch ist auf Seite 77 die Expotentialfunktion $y = 2^x$ dargestellt. Überlege dir, warum diese Kurve bei $x = 0$ den Wert 1 hat. Gilt dies auch für folgende Expotentialfunktionen?

a) $y = 4^x$	b) $y = 1^x$	c) $y = 4,63^x$
d) $y = (3 + 1,3)^x$	e) $y = (5 \cdot 2)^x$	f) $y = 8^{2x}$

Wenn du unsicher bist, löse die Gleichungen für $x = 0$ mit dem Taschenrechner. Überlege dir ob dein Ergebnis für alle Expotentialfunktionen** gilt. Begründe deine Aussage.

*Bei den meisten Taschenrechnern wird $\log_{10}$ abgekürzt nur als log geschrieben. Vgl. dazu auch den Hinweis im Skript.

**Kurven für die gilt: $y = a^x$, vgl. Buch S.79

Aufgabe 2.3:

Der Logarithmus ist für negative Zahlen (z.B. $\log_{10}(-8)$) nicht definiert. Überlege dir eine Begründung, warum es zu Problemen mit negativen Zahlen kommen könnte.
Hinweis: Überlege, ob es möglich ist mit einer geraden Hochzahl eine negative Zahl zu bekommen. Vergleiche deine Überlegungen mit der Begründung, warum negative Zahlen unter der Wurzel nicht definiert sind.

Aufgabe 2.4:

Im Buch auf S.78 findest du einen Kasten „Bist du sicher?“ Löse die Aufgaben und vergleiche die Lösungen mit den Ergebnissen im Buch auf S.213.

Aufgabe 2.5:

Löse im Buch auf S.78 die Aufgabe 1.
Beispiel: $12^2 = 144 \quad \Rightarrow \quad 2 = \log_{12}(144)$
Hinweis: Die Basis ist bei einer Potenz und beim Logarithmus immer gleich (vgl. Skript S.2, Kapitel „Definition“).

3 Herleitung der Rechenregeln

Aufgabe 3.1:

Welche Lösungen haben folgede Expotentialgleichungen?

a) $4^x = 4$ b) $2 \cdot 12^x = 24$ c) $\sqrt{16^x} = 4$

Wie lassen sich die Ergebnisse mit Hilfe der Definition des Logarithmus verallgemeinern? Vergleiche dein Ergebnis mit der Rechenregel in Gleichung (3) des Skripts.

Aufgabe 3.2:

Welchen Wert hat der Term $\log_{10}(2^5) = \log_{10}(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$?
Vergleiche dein Ergebnis mit dem Term $5 \cdot \log_{10}(2)$. Warum ergeben sich die gleichen Werte?
Hinweis: Verwende als Begründung die Beziehung $\log_b(x \cdot y) = \log_b(x) + \log_b(y)$.

Aufgabe 3.3:

Schreibe aus und berechne die Werte:

a) 0^4 b) $2 \cdot (2 \cdot 3 - 6)^2$ c) $\left(\sqrt[3]{\frac{2}{4} - \frac{1}{2}}\right)^3$

Begründe warum alle diese Gleichungen die selbe Lösung haben. Welche Bedeutung hat dies für den Logarithmus?

Aufgabe 3.4: ✎

Welche Lösung hat die Expotentialgleichung $4^x = 0$?
Hinweis: Der Taschenrechner hilft dir in diesem Fall nicht weiter, da das Ergebnis streng genommen keine Zahl ist.

Aufgabe 3.5:

Löse folgende Gleichungen indem du auf beide Seiten den $\log_{10}$ anwendest. Gib, wenn möglich, die Lösung der Gleichung an.

a) $4^x = 22$ b) $3{,}4^n = 27{,}5$ c) $3 \cdot 5^v = 300$

d) $12^u + 30 = 8$ e) $8 \cdot (5+2)^y = 1$ f) $8^{2x} - 4 = 24$

Beispiel:

$$\begin{aligned} 5^z &= 74 \qquad |\log_{10} \\ \log_{10}(5^z) &= z \cdot \log_{10}(5) = \log_{10}(74) \\ z &= \frac{\log_{10}(74)}{\log_{10}(5)} \end{aligned}$$